Generische Berechnung inklusionsextremer Teilmengen mit Anwendungen

Rudolf Berghammer

Institut für Informatik und Praktische Mathematik
Christian-Albrechts-Universität Kiel
Olshausenstraße 40, D-24098 Kiel

Neben der Berechnung von anzahlminimalen bzw. -maximalen Teilmengen eines Universums M spielt auch die Berechnung von inklusionsminimalen bzw. -maximalen Teilmengen von M eine große Rolle bei Optimierungsproblemen. Einerseits fragt ein Problem oft direkt nach solchen Teilmengen, wie etwa bei den spannenden Wäldern von Graphen. Weiterhin werden solche Teilmengen oft als Startpunkte zur Berechnung von anzahlextremen Teilmengen benutzt um letztere zu beschleunigen. Matchings von Graphen sind dazu ein gutes Beispiel. Schließlich werden inklusionsminimale bzw. -maximale Teilmengen auch als Approximationen verwendet, wenn eine Berechnung von entsprechenden anzahlminimalen bzw. -maximalen Teilmengen – wie etwa im Fall von transitiven Reduktionen von Graphen – aus komplexitätstheoretischen Gründen effizient nicht möglich zu sein scheint.

Im Vortrag beschränken wir uns auf die Berechnung inklusionsminimaler Teilmengen, da der Fall der inklusionsmaximalen Teilmengen analog behandelt werden kann. Wir entwickeln zuerst formal mittels der Invariantentechnik ein generisches Programm, das zu einem endlichen Universum M, einer Teilmenge R von M und einem sich nach oben vererbenden Prädikat $\mathcal{P}$ auf 2^M eine inklusionsminimale Teilmenge von R berechnet, für die $\mathcal{P}$ gilt. Dann verfeinern wir dieses Programm zweimal, um jeweils die Effizienz zu verbessern. Schließlich demonstrieren wir Instantiierungen der entwickelten Programme zur Approximation von anzahlminimalen Knotenüberdeckungen von Graphen. Dies führt zu einer "Nachbesserung" eines in der Literatur sehr bekannten Approximationsverfahrens für dieses Problem, dessen besseres Approximationsverhalten wir anhand von durchgeführten Testreihen mit zufällig erzeugten Graphen belegen.